

Informatica Teorica, 13 giugno 2006

1. Dimostrare che l'insieme delle frazioni è numerabile. (5/10 punti)
2. Scrivere le tavole delle macchine di Turing che computano la funzione caratteristica dei seguenti insiemi: \mathbb{N} , \emptyset , $\{1\}$. (5/10 punti)
3. Dimostrare l'esistenza di funzioni aritmetiche non computabili. (3/6 punti)
4. Dimostrare che l'unione, l'intersezione e la differenza di due insiemi decidibili sono insiemi decidibili. (3/6 punti)
5. Si dica, giustificando brevemente le risposte, se le seguenti affermazioni sono vere o false (5/10 punti):
 - a. Date due generiche funzioni f_1 e f_2 definite sui numeri naturali, è decidibile il problema di stabilire se $\forall x f_1(x) \neq f_2(x)$. (NB: l'input del problema sono le funzioni f_1, f_2 , non x !)
 - b. Date due generiche funzioni calcolabili f_1 e f_2 definite sui numeri naturali è decidibile il problema di stabilire se $\forall x f_1(x) \neq f_2(x)$.
 - c. Dati due generici polinomi P_1 e P_2 definiti sui numeri naturali, è decidibile il problema di stabilire se $\forall x P_1(x) \neq P_2(x)$.
 - d. Data una funzione computabile f e un polinomio P definiti sui numeri naturali, è decidibile il problema di stabilire se $\forall x f(x) \neq P(x)$.
6. Enunciare e dimostrare il teorema di Rice. (5/10 punti)
7. La funzione \div è la sottrazione simmetrica, ossia. $x \div y = x - y$ se $x \geq y$, 0 se $x < y$. La funzione $\text{Max}(x, y)$, invece, restituisce il maggiore tra x e y . Dimostrare che entrambe le funzioni sono ricorsive primitive. (3/6 punti)
8. L'insieme $H = \{9, 16, 100, 144\}$ è decidibile? Esibire l'algoritmo corrispondente in caso di risposta positiva, un'adeguata giustificazione in caso contrario. Come si concilia il risultato con il teorema di Rice? (3/6 punti)