



Informatica teorica - 12 giugno 2007

Cognome _____ Nome _____ Matricola _____

Solo seconda parte ☐

Prima e seconda parte ☐

Prima parte

1. Dimostrare che se un insieme A è decidibile è anche enumerabile.
2. L'insieme N e l'insieme $N \times N$ hanno la stessa cardinalità?
3. Che cardinalità ha l'insieme dei predicati ternari $\{P(x,y,z)\}$?
4. L'insieme $B = \{4; 9; 16\}$ è enumerabile? In caso di risposta affermativa fornire una funzione computabile totale $\varphi: N \rightarrow N$ di cui B è il rango, e una funzione computabile parziale $\psi: N \rightarrow N$ di cui B è il campo di esistenza. In caso di risposta negativa fornire una giustificazione e un esempio di insieme enumerabile.
5. Dato un insieme enumerabile C , è sempre possibile trovare una funzione computabile totale che enumera C senza ripetizioni?
6. Tutte le funzioni caratteristiche hanno rango con cardinalità pari a 2?
7. Sia P_3 l'insieme dei polinomi in x di grado 3 a coefficienti interi e positivi (ad es. $4x^3 + 3x^2 + x + 2$ appartiene a P_3). P_3 è decidibile?
8. L'insieme P_3 della domanda 7 ha la stessa cardinalità dell'insieme dei numeri reali?
9. Sia PN_3 l'insieme dei polinomi in x di grado 3 a coefficienti interi (ad es. $3x^3 - 5x + 1$ appartiene a PN_3). PN_3 ha la stessa cardinalità di P_3 ?
10. Dimostrare che dato un insieme A , il suo insieme delle parti $P(A)$ ha sempre cardinalità maggiore.

Seconda parte

1. Scrivere la tavola della macchina di Turing che computa la proiezione P^5_3 , che prende in input una quintupla e ne restituisce solo la terza componente. (Una n-upla è rappresentata sul nastro con n sequenze di barre verticali separate tra loro da uno spazio).
2. Dimostrare che l'operazione di composizione conserva la T-computabilità.
3. Il predicato a due argomenti " $x < y$ " è ricorsivo primitivo?
4. Sia data la seguente funzione:
$$\psi(x) = \begin{cases} x & x \text{ pari} \\ \perp & x \text{ dispari} \end{cases}$$
. Scrivere la tavola della macchina di Turing che computa la funzione ψ . (Un numero n è rappresentato sul nastro da $n+1$ barre verticali).
5. Alla domanda "la funzione ψ della domanda 4 è computabile?" come risponde un informatico che ritiene valida la tesi di Church? E un informatico che invece non la ritiene valida?
6. La funzione ψ della domanda 4 è in RP?
7. Sia A il campo di esistenza della funzione ψ della domanda 4. L'insieme A è ricorsivamente enumerabile?
8. L'insieme A della domanda 7 è un insieme ricorsivo generale?
9. E' possibile ottenere per composizione e/o ricorsione e/o minimalizzazione la funzione f_A (la funzione caratteristica dell'insieme A della domanda 7) a partire dalla funzione ψ della domanda 4 e da altre funzioni a voi note? Se sì, mostrate come. Altrimenti, spiegate perché.
10. E' possibile ottenere per composizione e/o ricorsione e/o minimalizzazione la funzione ψ a partire da f_A e da altre funzioni a voi note? Se sì, mostrate come. Altrimenti, spiegate perché.